

ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПРЕССОВАНИЯ АЛЮМИНИЕВЫХ ПРОФИЛЕЙ ПРИ ВЫСОКИХ ЗНАЧЕНИЯХ КОЭФФИЦИЕНТА ВЫТЯЖКИ МЕТАЛЛА

А.А.Миленин, Н.В.Биба, С.А.Стебунов

Существующая практика получения алюминиевых профилей для строительства заключается в прессовании алюминия через прямые матрицы без использования смазки. Для обеспечения равномерного и прямолинейного истечения металла из канала матрицы обычно применяют форкамеры сложного поперечного сечения, которые делают более плавным переход из контейнера в канал матрицы. Кроме назначения размеров форкамеры, выравнивание течения металла осуществляют с помощью рабочих поясков матриц, делая их переменной длины по периметру канала [1]. Выбор именно этих воздействий на процесс прессования не имеет строгого научного обоснования. Современные методики определения рассмотренных параметров имеют эмпирический характер и основаны на проведении многочисленных экспериментов. В связи с этим обстоятельством приобретают актуальность подходы к решению перечисленных вопросов с помощью методов математического моделирования.

Особенности процесса прессования большинства алюминиевых профилей, в частности, сложная форма их поперечного сечения, не позволяют пренебречь трехмерным характером течения металла в этом процессе. Этим обстоятельством обусловлен выбор метода конечных элементов как основы построения модели, предназначенной для решения указанных выше технологических вопросов. Рассматривая работы в этом направлении, можно отметить достаточно много расчетов процессов прессования. Однако в большинстве случаев, это касается сравнительно простых профилей при небольших (до 10) значениях коэффициента вытяжки металла [2]. При этом даже для этих типоразмеров часто не удается выполнить достаточное для оптимизации количество расчетов [3] и получить приемлемые результаты. Причины этому связаны главным образом со сложностью формы матрицы (канала профиля) в сочетании с высокими значениями коэффициента вытяжки металла (в реальных процессах прессования величина этого коэффициента может достигать 300). В этих условиях применение традиционного инкрементального подхода, который прекрасно зарекомендовал себя в задачах штамповки [2], для задач прессования наталкивается на ряд трудностей принципиального характера.

Прежде всего, при заполнении металлом канала профиля сложной формы возникают погрешности генерации и адаптации сетки конечных элементов. Пример этой погрешности показан на рис.1 для начальной стадии заполнения канала профиля (расчет выполнен с помощью программы для моделирования процесса штамповки Qform3d [4]). В рассмотренных примерах прессуемый сплав – АД31, исходная температура металла - 400 С, скорость прессования 5 мм/с. Условие трения соответствует контакту алюминия в горячем состоянии с инструментом без смазки.

Поверхности задаваемого канала матрицы во всех случаях плоские. Однако при описании текущей геометрии деформированного металла сеткой конечных элементов возникают искажения формы, которые тем существеннее, чем сложнее форма поперечного сечения прессуемого профиля. Следует также отметить, что указанные искажения формы очага деформации именно в области втекания металла в канал матрицы оказывают существенное негативное влияние на качество решения в целом. Кроме того, по мере усложнения формы профиля большинство существующих автоматизированных систем генерации сетки перестают с достаточной точностью осуществлять адаптацию сетки конечных элементов, а во многих случаях и вообще не могут разбить на элементы соответствующий объем металла.

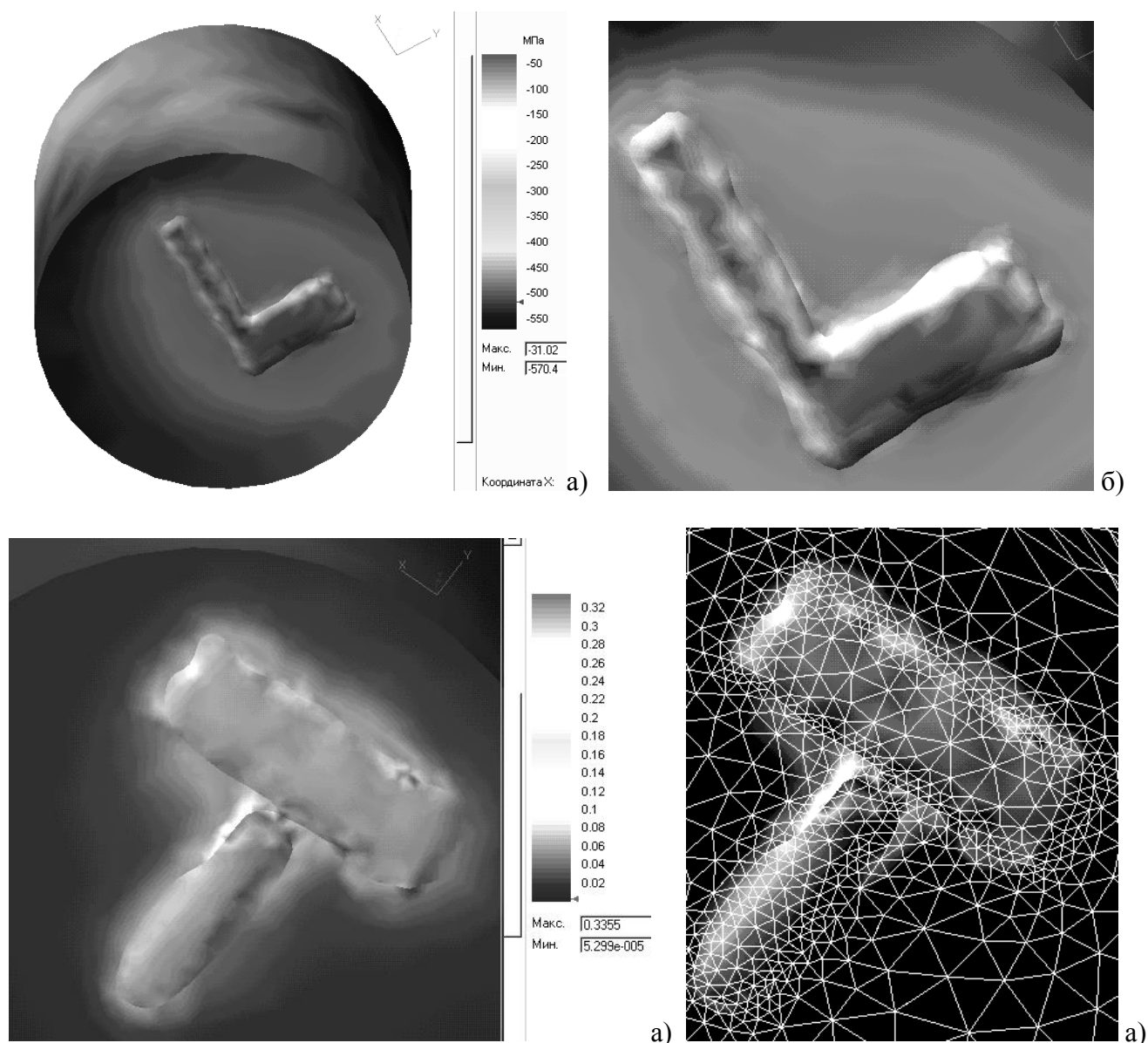


Рис. 1.

Примеры проявления погрешности дискретизации на начальной стадии прессования профилей: а, б – поле среднего напряжения; в – поле интенсивности деформации; г – сетка конечных элементов.

Выбранные примеры характеризуются простой геометрией по сравнению с большинством реальных алюминиевых профилей. Попытки сгустить сетку до необходимой степени существенно увеличивают время расчета, однако погрешности аппроксимации очага деформации при инкрементальном подходе все равно остаются и главное, в процессе пошагового решения накапливаются.

Другой проблемой теоретического моделирования процесса прессования при высоких вытяжках является описание реологических свойств деформированного металла. Действительно, при высоких коэффициентах вытяжки металл получает степень деформации, соответствующую его удлинению в 100-300 раз, что значительно превышает степени деформации, соответствующие возможностям современных пластометрических испытаний.

Высокие степени деформации, которые к тому же локализованы в очаге деформации сравнительно небольших размеров, приводят к значительным тепловым эффектам. Следствием этого обстоятельства является чувствительности поля скоростей на выходе из канала матрицы к полю температуры в металле. Это требует дополнительных мер по контролю и стабилизации решения тепловой задачи.

В данной статье авторы предлагают комплекс подходов к решению этих и других вопросов, реализованных в виде подсистемы прессования профилей, входящей в состав программного продукта Qform3d.

Описание математической модели

В работах [5, 6] выполнена разработка и тестирование математической модели, основанной на решении трехмерной задачи течения нелинейно-вязкой несжимаемой среды в процессах прессования с помощью метода конечных элементов.

Кроме некоторых модификаций, касающихся свободных поверхностей, модель основана на подходе Эйлера. Для получения решения используется функционал вариационного принципа Маркова:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \int_V \mu \mathbf{H}^2 dV + \int_V \sigma \xi_0 dV - \int_S \sigma_\tau u_\tau dS, \quad (1)$$

где μ – условная вязкость металла, определяемая по формуле:

$$\mu = \frac{T(\mathbf{H}, \Lambda, \Theta)}{\mathbf{H}}; \quad (2)$$

$T(\mathbf{H}, \Lambda, \Theta)$ – зависимость интенсивности сдвиговых напряжений T от интенсивности скорости сдвиговой деформации \mathbf{H} , сдвиговой деформации Λ и температуры Θ ; V – объем деформируемого тела; ξ_0 – скорость относительного изменения объема; σ – среднее напряжение; σ_τ и u_τ – напряжения трения и скорость скольжения металла по инструменту; S – площадь поверхности контакта металла с инструментом.

Граничные условия учитываются с помощью подхода, предложенного в работе [5]. Этот подход основан на применении метода штрафных функций к задаче учета условия непроницаемости инструмента и действия напряжений трения. Для расчета величины напряжений трения использован закон трения А.Н.Леванова [7], преимущества которого применительно к задаче моделирования прессования профилей показаны в работе [8].

Общая идея модели заключается в следующем. Сетка конечных элементов строится для всего предполагаемого очага деформации, металла в контейнере и части профиля, вышедшей из канала матрицы. Эта операция выполняется на основе графической информации о форме матрицы, полученной в качестве исходных данных в виде графического файла одной из CAD систем, позволяющей выполнять твердотельное моделирование. В нашем примере использовалась программа SolidWorks 2001. При этом сетка генерируется один раз с использованием поверхностей матрицы, контактирующих с металлом и описывает форму металла в очаге деформации максимально точно. На рис. 2 схематически показаны этапы генерации сетки конечных элементов.

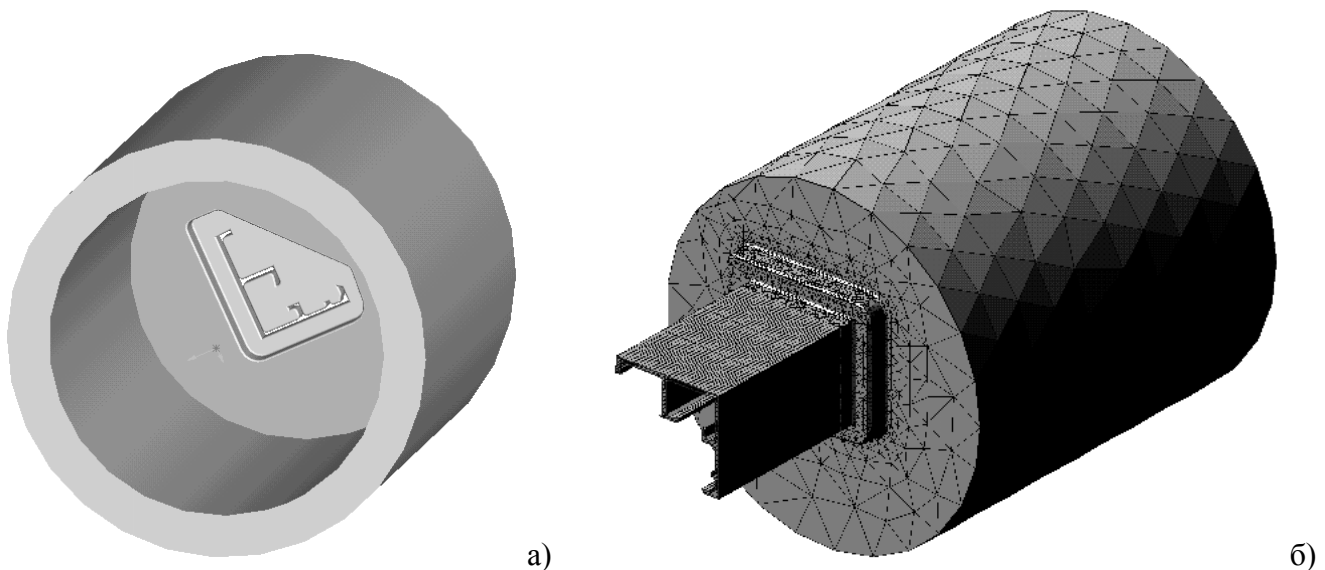


Рис. 2.

а – твердотельная модель матрицы и контейнера, выполненная в SolidWorks 2001, б – сетка конечных элементов, сгенерированная по твердотельной модели инструмента.

Далее задача решается в квазистационарной постановке. Поскольку основная проблема заключается в оптимизации параметров, постоянных для данного процесса прессования (форма матрицы, температура нагрева металла, температура контейнера и др.), то рассмотрение стационарной фазы прессования вполне достаточно для решения этих задач.

Модель реологических свойств материала

Работы в области дислокационной теории пластической деформации металла в настоящее время позволяют взять ряд положений этой теории в качестве основы расчета напряжения текучести при прессовании. Основы этих моделей были заложены исследованиями Тейлора, который в 1934 г. [9] создал первую подробную теорию наклепа. Основная идея теории Тейлора заключалась в том, что напряжение текучести зависит от внутренних напряжений, препятствующих движению дислокаций. Опуская подробности теории Тейлора, которая подробно описана, например, Котреллом ([10] стр.178-181), отметим, что Тейлор получает формулу зависимости напряжения текучести от плотности дислокаций:

$$\sigma_s = \alpha G b \sqrt{\rho}, \quad (3)$$

где G – модуль сдвига; α – коэффициент, учитывающий взаимодействие дислокаций (у Тейлора он равен 0,1); b – вектор Бюргерса (его величина порядка 10^{-8} см); ρ – плотность дислокаций, см^{-2} .

Как следует из формулы (3), напряжение текучести напрямую зависит от текущей величины плотности дислокаций. Эта величина может быть определена на основе одной из существующих моделей генерирования дислокаций. Достаточно подробное описание некоторых существующих моделей генерации дислокаций при горячей деформации дано у Петшика [11].

Опуская ряд моделей, не представляющих интереса применительно к прессованию, остановимся на подходе Ордона с соавторами [12], который основан на уравнении:

$$\frac{d\rho(\tau)}{d\tau} = \frac{\xi}{bl} - k_2\rho(\tau) - \frac{A_3}{D}\rho(\tau)r[\rho(\tau) - \rho_{cr}], \quad (4)$$

где ξ – скорость деформации; l – средняя длина свободного пробега дислокаций, которая для больших деформаций определяется по формуле $l = A_0 Z^{-A_1}$ (для малых деформаций $l = A_2 \rho^{0.5}$); A_0, A_1, A_2, A_3, k_2 – эмпирические константы материала; Z – параметр Зенона – Холлонома,

$Z = \xi \exp\left(\frac{Q_{def}}{R(t + 273)}\right)$, Q_{def} – эмпирически подбираемая константа материала; R – универсальная

газовая постоянная; t – температура деформации в данной точке деформируемого металла; ρ_{cr} – критическая плотность дислокаций, выше которой начинают действовать процессы динамической рекристаллизации; r – функция, равная нулю при $\rho < \rho_{cr}$ и равная $\rho - \rho_{cr}$ в остальных случаях; D – диаметр зерна.

Детальный анализ уравнения (4) и других, встречающихся в литературе выполнен Петшиком в работе [11] и позволяет сделать вывод об отсутствии у ученых-материаловедов однозначного мнения относительно вида уравнения модели генерирования дислокаций. С точки зрения авторов данной работы, эти модели несовершенны и в настоящее время не могут обойтись без процедур идентификации (подбора эмпирических коэффициентов). Действительно, многие параметры модели (4) не определены и данных о их значениях в литературе нет (например, ρ_{cr}). В этом случае имеется возможность использовать достоинства рассматриваемых моделей в виде фундаментальных соотношений, которые их образуют, а эмпирические коэффициенты подбирать методами оптимизации. Одним из таких достоинств является отсутствие в модели накопленной деформации как параметра. Его заменяет физический параметр, характеризующий состояние деформированного материала – плотность дислокаций. Другим достоинством является наличие компонент, имеющих физический смысл и определяющих интенсивность процессов упрочнения и разупрочнения в металле. Такой подход,

безусловно, более предпочтителен, нежели существующие число феноменологические модели изменения напряжения текучести металла в процессе пластической деформации.

Упростим уравнение (4), отбросив последний его член и включив в эмпирические коэффициенты некоторые параметры, входящие в (4):

$$\frac{d\rho(\tau)}{d\tau} = A_1 \xi Z^{A_2} - A_3 \rho(\tau) \exp\left(\frac{-A_4}{t+273}\right), \quad (5)$$

где параметры A_i подбираются в процессе идентификации модели с использованием экспериментальных данных.

При этом сама формула для расчета напряжения текучести также упрощена до вида:

$$\sigma_s = A_5 \sqrt{\rho}. \quad (6)$$

Решение дифференциального уравнения (5) осуществлялось с помощью метода конечных разностей, его конечно-разностным аналогом (используем явную конечно-разностную схему по времени):

$$\frac{\rho_\tau - \rho_{\tau+\Delta\tau}}{\Delta\tau} = A_1 \xi Z^{A_2} - A_3 \rho_\tau \exp\left(\frac{-A_4}{t+273}\right). \quad (7)$$

Подбор коэффициентов A_i выполнен путем минимизации функции суммы квадратов отклонений значений напряжения текучести, рассчитанных по формулам (6-7) и экспериментальных значений.

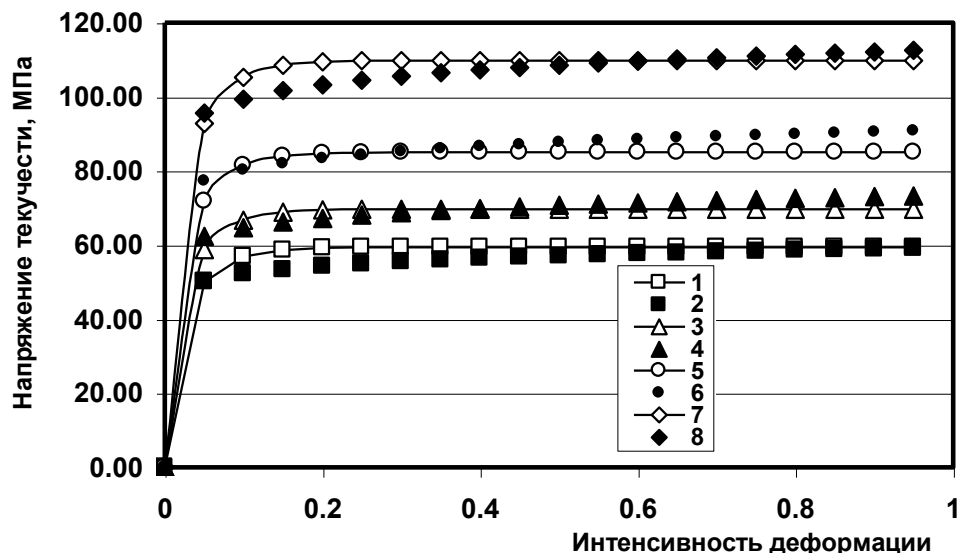


Рис.3

Зависимость напряжения текучести от деформации и температуры при скорости деформации 1 с^{-1} , кривые 1,2 соответствуют температуре $350 \text{ }^\circ\text{C}$, 3,4 – $400 \text{ }^\circ\text{C}$, 5-6 – $450 \text{ }^\circ\text{C}$, 7,8 – $500 \text{ }^\circ\text{C}$.

На рис.3 показаны кривые зависимости напряжения текучести алюминия от деформации как экспериментальные [13] для сплава AlMg3 (2, 4, 6, 8), так и рассчитанные по приведенной модели (1, 3, 5, 7). Полученные коэффициенты при этом имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} A_1 &= 168698903 \\ A_2 &= 2.906569 \\ A_3 &= 1.399\text{E}+01 \\ A_4 &= -7.432804 \\ A_5 &= 4.080\text{E}-03. \\ A_z &= 495.727089 \end{aligned}$$

Модель тепловых процессов в металле

Тепловые процессы при прессовании имеют существенное значение, оказывая влияние как на течение металла, так и на его структуру и свойства. При разработке технологии прессования в качестве одного из факторов, влияющих на течение металла в канале матрицы, используется температура заготовки в сочетании со скоростью прессования. Совместное изменение этих параметров приводит к перераспределению температурного поля, которое, в свою очередь, оказывает влияние на течение металла, изменяя изгиб и скручивание профиля на выходе из канала матрицы.

Подбор температурно-скоростных режимов деформации для каждого прессуемого профиля в настоящее время выполняется экспериментальным путем на промышленном оборудовании. Применение для этой цели компьютерного моделирования позволит ускорить процесс освоения профилей, расширить диапазон исследуемых параметров и автоматизировать процессы проектирования и корректировки прессовых матриц. Существенное значение имеет также тот факт, что большинство сплавов, применяемых при производстве профилей прессованием, имеют ограниченный температурный интервал обработки, выход за который недопустим из-за образования дефектов.

Аналогично деформационной задаче, рассмотрим в квазистационарной постановке температурную задачу. Соответствующее дифференциальное уравнение теплопроводности содержит конвективные члены и имеет вид:

$$a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial Z^2} \right) - V_x \frac{\partial t}{\partial X} - V_y \frac{\partial t}{\partial Y} - V_z \frac{\partial t}{\partial Z} + \frac{Q}{\rho c} = 0, \quad (8)$$

где Q – мощность выделяемого тепла пластической деформации; ρ – плотность; c – удельная теплоемкость; a – коэффициент теплопроводности.

Используем для построения решения стандартную процедуру проекционных методов:

$$\sum_e \int_{V_e} [W]^T \left(a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial Z^2} \right) - v_x \frac{\partial t}{\partial X} - v_y \frac{\partial t}{\partial Y} - v_z \frac{\partial t}{\partial Z} + \frac{Q}{\rho c} \right) dV = 0 \quad (9)$$

$$\sum_e \int_V \left(a \frac{\partial [W]^T}{\partial X} \frac{\partial t}{\partial X} + a \frac{\partial [W]^T}{\partial Y} \frac{\partial t}{\partial Y} + a \frac{\partial [W]^T}{\partial Z} \frac{\partial t}{\partial Z} + [W]^T \left(v_x \frac{\partial t}{\partial X} + v_y \frac{\partial t}{\partial Y} + v_z \frac{\partial t}{\partial Z} \right) \right) dV = \sum_e \int_V [W]^T \frac{Q}{\rho c} dV + \sum_e \int_S [W]^T \frac{\alpha}{\rho c} (t - t_\infty) dS, \quad (10)$$

где t_∞ – температура инструмента; W – весовые функции.

Решение системы алгебраических уравнений выполняется фронтальным методом.

Известно [14], что при решении этого уравнения с помощью стандартной процедуры проекционных методов возникает численная неустойчивость решения при значениях критерия Пекле ($Pe = LV/a$) более 10. При прессовании с большими коэффициентами вытяжки значения этого критерия для зоны пластической деформации может достигать до 100. Неустойчивость решения при этом проявляется в виде его колебаний в направлении движения металла. При решении задач подобного класса методом конечных разностей это явление выражено сильнее в том случае, если разность берется в направлении потока. Физический смысл неустойчивости численного решения заключается в том, что информация о конвективном переносе тепла в данную точку тела содержится в точке, лежащей против потока относительно данной точки. По этой причине переход к разностной схеме против потока позволяет избежать неустойчивости численного решения. При использовании метода конечных элементов известные подходы основаны на модификации весовых функций в методе Галеркина. Например, в работе [15] предлагается следующая поправка к квадратичным весовым функциям (для одномерного случая)

$$F(\eta) = \frac{5}{8}\eta(\eta+1)(\eta-1), \quad (11)$$

где η – локальная координата.

При этом весовые функции в случае использования квадратичного одномерного конечного элемента могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{2}\eta(\eta-1) + AF(\eta); \\ W_2 &= 1 - \eta^2 - 2AF(\eta); \\ W_3 &= \frac{1}{2}\eta(\eta+1) + AF(\eta), \end{aligned} \quad (12)$$

где A – эмпирический коэффициент, зависящий от критерия Пекле.

На основе решения модельного одномерного уравнения теплопроводности для задачи, имеющей аналитическое решение, получена зависимость оптимального значения коэффициента A от критерия Пекле, приведенная на рис.4

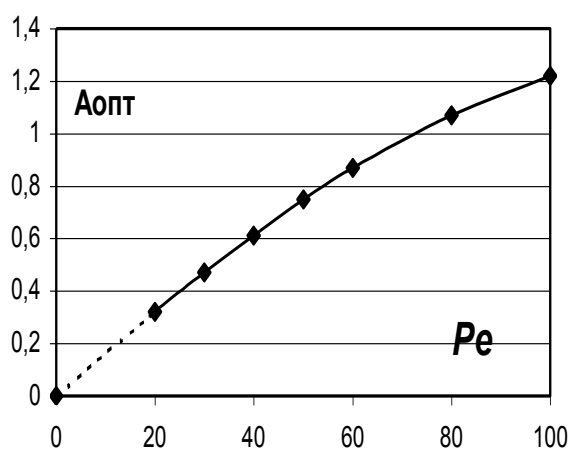


Рис.4.

Зависимость оптимальной величины поправочного множителя от критерия Пекле

Как показали вычислительные эксперименты на трехмерной сетке, описанный прием все же требует сгущения сетки при решении температурной задачи, однако степень сгущения значительно меньше, чем при использовании стандартных весовых функций.

Тестирование трехмерной тепловой модели выполнялось путем решения с ее помощью двухмерной задачи и сравнения этого решения с решением, полученным с помощью программы двухмерного моделирования Qform.

Рассмотрим тестовую задачу прессования прутка круглого сечения из материала со свойствами, приведенными в таблице 1.

Диаметр контейнера 110 мм, диаметр прутка 18 мм. Начальная высота контейнера 350 мм, конечная – 250 мм. Прессование ведется через плоскую матрицу без трения. Скорость движения пуансона 1,35 мм/с. Начальная температура металла 460 °С, температура контейнера и матрицы 400 °С. Приведенный коэффициент теплопередачи равен 2000 Вт/(м² °С). На рис. 5 показано поле температур, рассчитанное программой Qform для стадии прессования, соответствующей конечной высоте контейнера 300 мм.

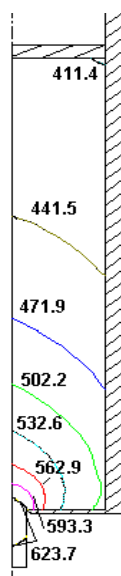


Рис. 5.

Температурное поле, полученное с помощью программы FORM2d

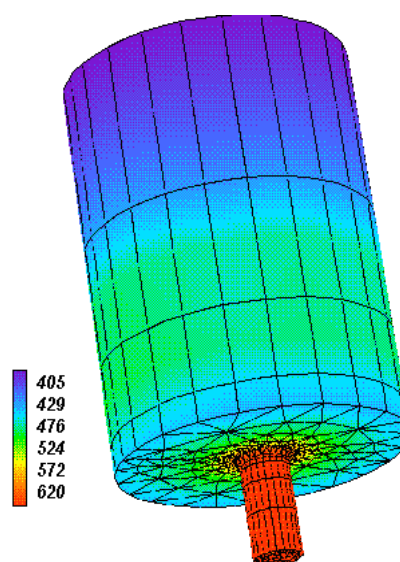


Рис. 6.

Результаты тестового расчета трехмерного температурного поля

Таблица 1

Свойства материала для тестового примера

Показатель	Значение
Соппротивление пластической деформации	100 МПа
Теплоемкость	700 Дж/(кг м)
Коэффициент теплопроводности	100 Вт/(м К)
Плотность	2200 кг/м ³

Трехмерное решение тестовой задачи показано на рис. 6 для области пластической деформации, соответствующей стадии решения двумерной нестационарной задачи, показанной на рис. 5. Относительная разность температур соответствующих узлов не превышает 10%.

На рис. 7 показаны трехмерные сетки, используемые для решения механической и температурной задач при моделировании типичного процесса прессования углового профиля в две нитки. При решении используется условие симметрии задачи, и сетки генерируются для половины очага деформации. В процессе итераций происходит перенос данных с одной сетки на другую. Такой подход позволяет оптимизировать алгоритм по скорости получения решения и выполнять технологические расчеты на персональных компьютерах.

Рассмотрим прессование профиля в четыре нитки с симметричным расположением каналов. Материал профиля – медь. Показатель напряжений трения равен 0,4. Температура заготовки 500 °С. Температура контейнера 400 °С. Диаметр контейнера 280 мм. Используя условие симметрии, рассмотрим четвертую часть очага деформации.

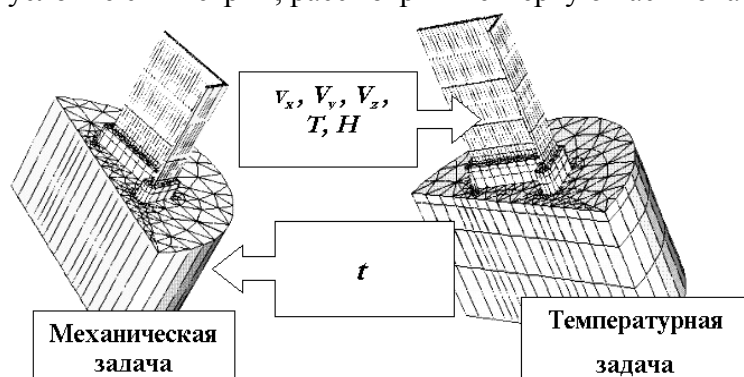


Рис.7. Схема, иллюстрирующая алгоритм

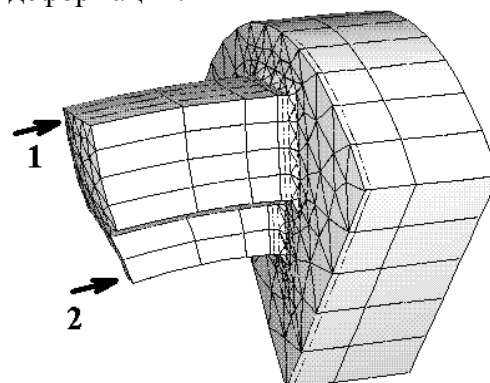


Рис. 8. Сетка конечных элементов,

решения задачи прессования

использованная для расчета влияния температурно-скоростных условий деформации на истечение металла

Расчет выполнялся для двух скоростей прессования – 1 мм/с и 4 мм/с. На рис. 8 показана трехмерная сетка, соответствующая геометрическим условиям данной задачи. На этом же рисунке видна форма сечения рассматриваемого профиля. Общая высота профиля равна 64 мм, высота широкой части 39 мм. Ширина широкой части – 40 мм, ширина узкой части – 7 мм. Изгиб профиля, показанный на рис. 8 получен интегрированием поля скоростей вдоль линий тока.

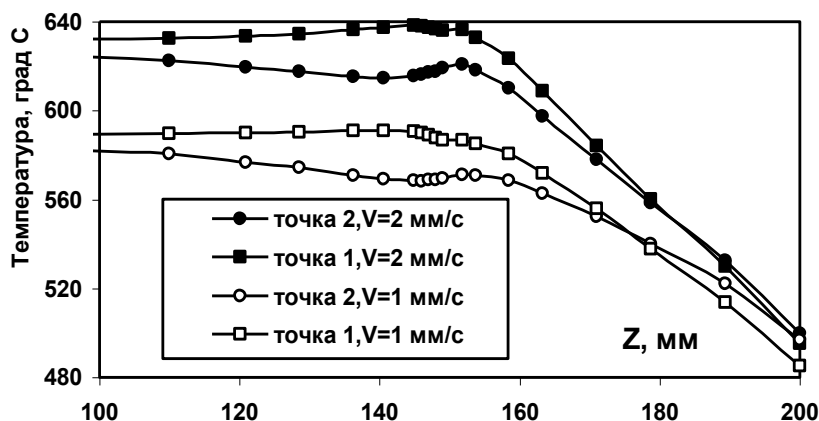


Рис. 9.

Распределение температуры вдоль осей 1 и 2 при разных скоростях прессования

Рассмотрим изменение температуры и полной скорости течения металла вдоль направления прессования для двух точек сечения профиля, показанных на рис. 8. На рис. 9 показано изменение температуры металла вдоль направления прессования для скоростей прессования 1 мм/с и 2 мм/с. Кривые приведены для точек сечения 1 и 2, показанных на рис. 8. На рис. 9 видно существенное повышение температуры при увеличении скорости прессования. Это обусловлено деформационным разогревом и изменением времени охлаждения заготовки в контейнере в процессе движения к очагу деформации.

Примеры использования модели для исследования и оптимизации процессов прессования профилей

Рассмотрим технологию прессования алюминиевого профиля для строительства из практики производства ПО "ЮГЧЕРМЕТ" (г. Днепропетровск) [16]. Чертеж профиля из алюминиевого сплава АД31 показан на рис. 10.

Прессование ведется с форкамерой. Рассмотрим различные варианты формы поперечного сечения форкамеры. В таблице 2 показаны варианты расположения профиля и форкамеры на матрице.

Глубина форкамеры составляла 15 мм, высота расчетной части контейнера принята 100 мм. Скорость прессования - 4 мм/с. Коэффициент вытяжки профиля в данном примере составляет 130. Температура заготовки - 460 °С. По величине скручивания и изгиба профиля оптимальным является вариант 3. Этот вариант соответствует промышленной матрице, изготовленной фирмой COMPES (Италия) для ПО "ЮГЧЕРМЕТ" (Украина). На рис. 11 более подробно показана расчетная деформация профиля для этого варианта и профиль, экспериментально полученный на ПО "ЮГЧЕРМЕТ". Реальное скручивание профиля для варианта 3 составило 3,2 рад/м. Расчетные данные приведены в таблице 2. Окончательное выравнивание профиля осуществлялось с помощью тянущих устройств.

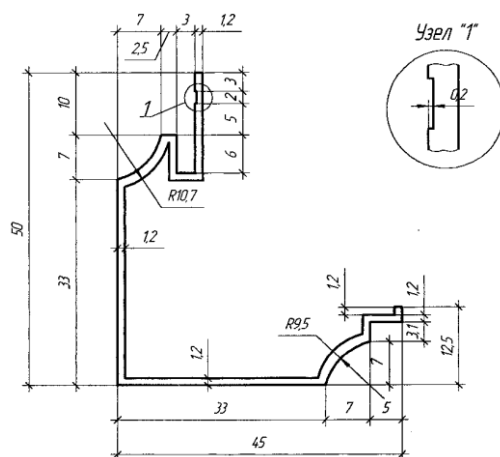
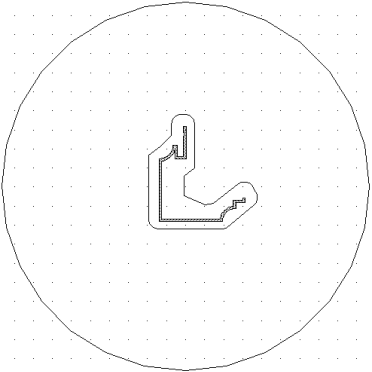
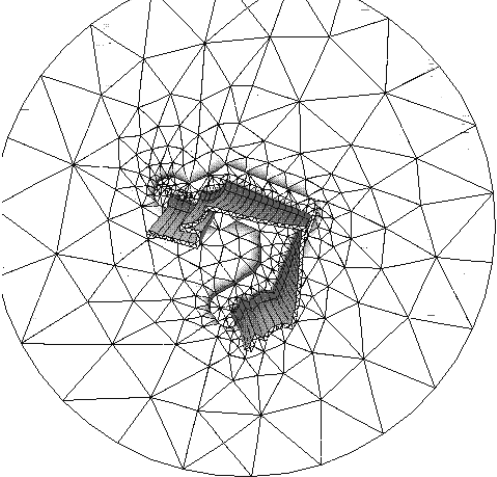
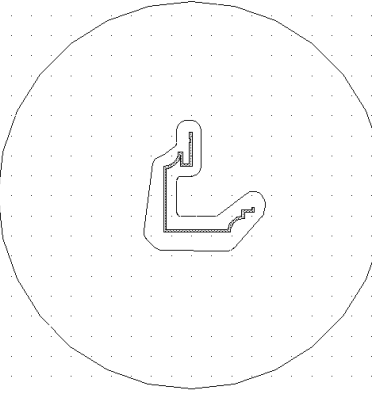
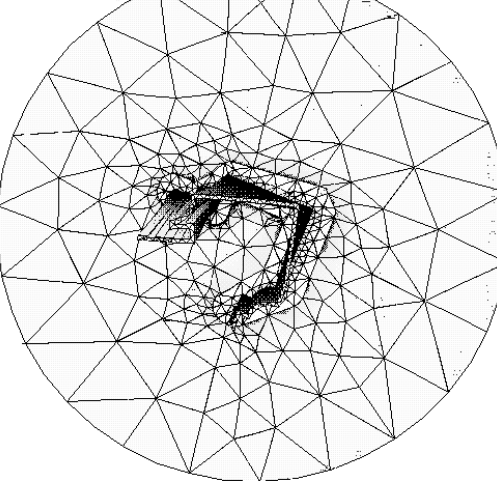


Рис. 10.
Чертеж профиля

Таблица 2
Результаты компьютерного моделирования прессования с форкамерой.

	Расположение профиля и форкамеры	Решение – деформация профиля на выходе из матрицы	Скручивание профиля
1			6,70 рад/м
2			5,87 рад/м

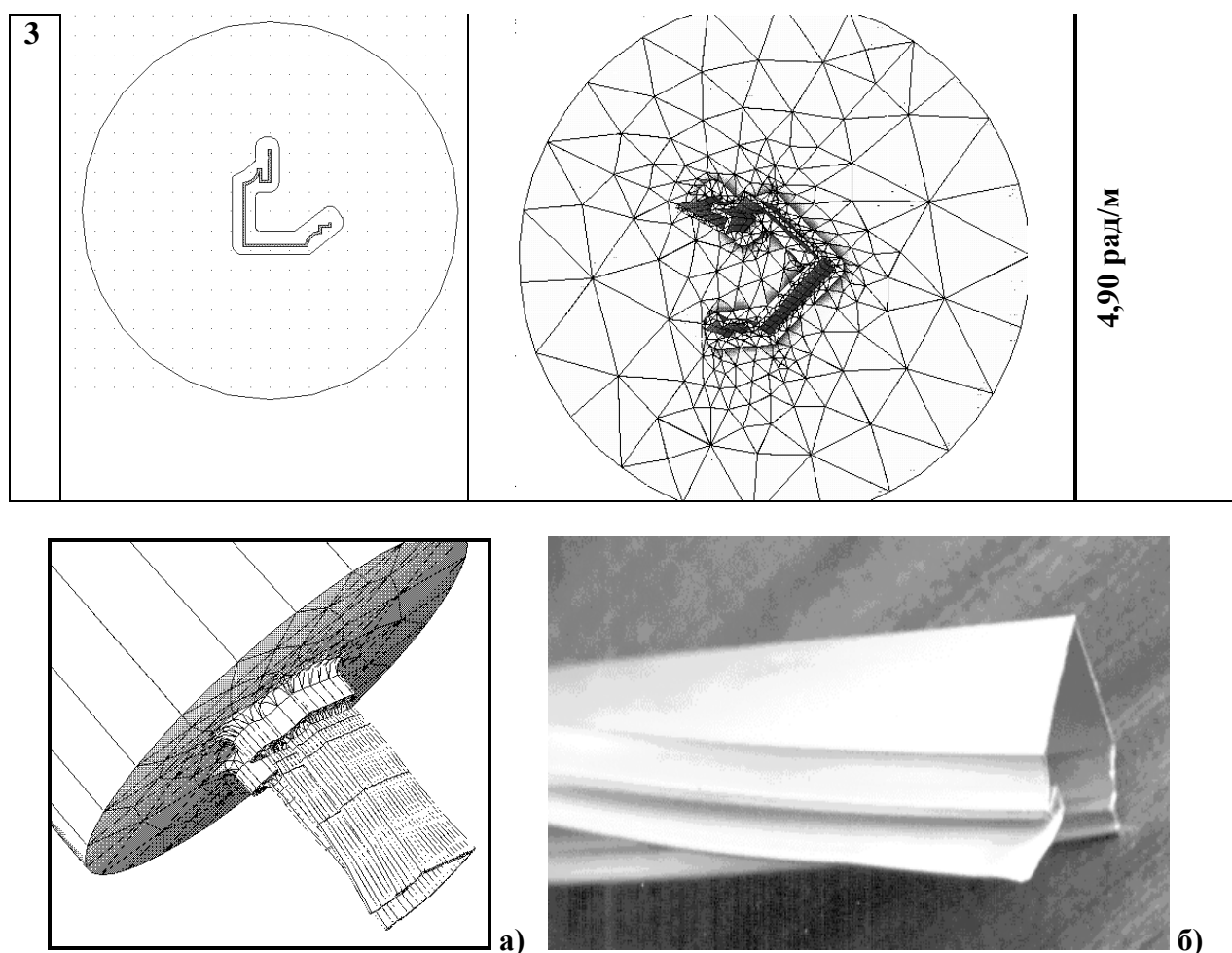


Рис. 11.

Результаты расчета и экспериментально полученное скручивание профиля

Выводы

1. В работе рассмотрен комплекс подходов, позволяющих получить решение задачи прессования тонкостенных профилей. Показано, что для моделирования процессов прессования профилей при высоких значениях коэффициента вытяжки (более 100) необходимо существенным образом корректировать:

- формулировку задачи;
 - подходы к генерации сетки конечных элементов;
 - методы расчета реологических свойств металла при высоких степенях деформации;
- подходы к расчету температурных процессов в металле.

2. Выполнено тестирование предложенных модификаций моделей реологии, генерации сетки, температурной задачи и модели в целом.

3. Показан пример промышленного использования разработанных моделей, которые реализованы в составе программы Qform3d.

Литература

1. Ерманок М.З., Фейгин В.И., Сухоруков Н.А. Прессование профилей из алюминиевых сплавов. - М.: Metallurgy, 1977. - 264 с.
2. Vazquez V., Walters J., Altan T. Simulation von Schmiedeprozessen – Stand der Technik in den USA // Vortragstexte des Symposium “Neuere Entwicklungen in der massivumformung” in Fellbach.– Stuttgart(Germany).– 1999.– P. 139-160.
3. Anderson K., Kivivuori S. Modelling a copper extrusion process of a D-profile using a 2D and 3D FE-program // The Baltic sea metal forming and cutting seminar. – Warsaw University of technology

(Poland). – 1997.– P. 5/1-5/10.

4 UG Qform

5. Миленин А.А. Расчет трехмерного течения металла при прессовании профилей //Проблемы вычислительной механики и прочности конструкций, т. 3. - Днепропетровск: Навчальна книга, 1998. - С.86-93.

6. Миленин А.А. Математическое моделирование трехмерных технологических процессов пластического деформирования металлов// в кн. Наука, производство, предпринимательство – развитию металлургии. Сб. научных трудов конференции. – Донецк, 1998. С.84-89.

7. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением / Леванов А.Н., Колмогоров В.Л., Буркин С.П. и др. – М.: Металлургия, 1976. – 416 с.

8. Миленин А.А. Математическое моделирование влияния параметров рабочих поясков на течение металла при прессовании. // Металлургическая и горнорудная промышленность.– 2000.– №1. – С. 34-37.

9. Taylor G.I., Proc. Roy. Soc., A145, P.362. – 1934.

10. Котрелл А.Х. Дислокации и пластическое течение в кристаллах. – М.: Металлургиздат, 1958. – 267 с.

11. Pietrzyk M. Modelling of hot metal forming in the conditions of variable strain rates and temperatures // Engineering Transactions, 47, 3-4, P.321-337, 1999.

12. Ordon J., Kuziak R., Pietrzyk M. History Dependent Constitutive Law for Austenitic Steels // Proc. Conf. “Metal Forming 2000”. – Krakow: 747-753.

13. Хензель А., Шпиттель Т. Расчет энергосиловых параметров в процессах обработки металлов давлением: Пер. с нем. – М.: Металлургия, 1982. – 360 с.

14. Митчел Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. – М.: Мир, 1981. – 216 с.

15. Heinrich J.C., Zienkiewics O.C. Quadratic finite element schemes for two-dimensional convective-transport problems / Int.J. Num. Meth. In Eng. – 1977. – P. 1831-1844.

16. Миленин А.А., Данченко Ю.В. Проектирование матриц для экструзии профилей из алюминиевых сплавов // Металл и литье Украины.– 1999. – № 11-12. – С. 36-38.